

RAČUNSKA VEŽBA IZ GRAĐEVINSKIH MATERIJALA 2

(Priprema za 1. kolokvijum)

OČVRSLI BETON I NJEGOVA SVOJSTVA

Marka, klasa i vrsta betona

30) Partije betona 1 i 2 predstavljene su sa po 3 uzastopno ispitane čvrstoće pri pritisku:

partija (1): 33 MPa; 38 MPa i 43 MPa; *partija (2):* 33 MPa; 39 MPa i 45 MPa.

Ako je projektovana marka betona MB 35 i ako se rezultati odnose na period uhodavanja proizvodnje, uslove BAB-a '87 za projektovanu marku betona MB 35:

- (A) ispunjavaju obe partije,
- (B) ispunjava *partija (1)*, ne ispunjava *partija (2)*,
- (C) ne ispunjava ni jedna partija,
- (D) ispunjava *partija (2)*, ne ispunjava *partija (1)*.

Rešenje:

Partija (1):

MB 35

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} = \frac{33 + 38 + 43}{3} = 38 \text{ MPa}; \quad X_{\min} = 33 \text{ MPa};$$

Radi se o periodu uhodavanja proizvodnje, pa zaključujemo da je reč o prvom kriterijumu za dokazivanje MB:

$$K_1 = 4 \text{ MPa};$$

$$K_2 = 2 \text{ MPa};$$

$$\bar{X} \geq MB + K_1 \Rightarrow 38 \geq 35 + 4 \Rightarrow 38 \geq 39 (\perp),$$

$$X_{\min} \geq MB - K_2 \Rightarrow 33 \geq 35 - 2 \Rightarrow 33 \geq 33 (\text{T});$$

Kako prvi uslov nije ispunjen, zaključujemo da, s obzirom da potvrda određene marke betona zahteva zadovoljenje oba uslova (bez obzira o kom se kriterijumu radilo), MB 35 za partiju (1) nije dokazana.

Partija (2):

MB 35

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} = \frac{33 + 39 + 45}{3} = 39 \text{ MPa}; \quad X_{\min} = 33 \text{ MPa}$$

$$K_1 = 4 \text{ MPa};$$

$$K_2 = 2 \text{ MPa};$$

$$\bar{X} \geq MB + K_1 \Rightarrow 39 \geq 35 + 4 \Rightarrow 39 \geq 39(T),$$

$$X_{\min} \geq MB - K_2 \Rightarrow 33 \geq 35 - 2 \Rightarrow 33 \geq 33(T);$$

Oba uslova su ispunjena, pa zaključujemo da je, u slučaju partije (2), MB 35 zadovoljena.

Odgovor je D.

32) U priloženoj tablici dati su rezultati ispitivanja čvrstoće pri pritisku 15 kocki ivica 20 cm, starosti od 28 dana. Ako je standardna devijacija poznata, na osnovu ranijeg ispitivanja i iznosi 3,0 MPa, oceniti (dokazati) da li je ostvarena marka betona MB 30:

26	32	34	35	37
30	34	34	35	38
31	34	34	36	40

- (A) ostvarena je MB 30, jer su ispunjena oba uslova kriterijuma 2,
 (B) ostvarena je MB 30, jer su ispunjena oba uslova kriterijuma 3,
 (C) nije ostvarena MB 30, jer nisu ispunjena oba uslova kriterijuma 1.

Rešenje:

MB 30

$\sigma = 3.0 \text{ MPa}$

Koristimo drugi kriterijum, pošto nam je data standardna devijacija.

Na osnovu datih rezultata sledi:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{15} X_i}{15} = 34 \text{ MPa};$$

$$X_{\min} = 26 \text{ MPa};$$

$$\bar{X} \geq MB + 1.2\sigma \Rightarrow 34 \geq 30 + 1.2 \cdot 3 \Rightarrow 34 \geq 33.6(T),$$

$$X_{\min} \geq MB - 4 \Rightarrow 26 \geq 30 - 4 \Rightarrow 26 \geq 26(T);$$

Na osnovu dobijenih rezultata, pošto su oba uslova kriterijuma zadovoljena, zaključujemo da je MB 30 dokazana.

Odgovor je A.

34) Rezultati ispitivanja čvrstoće pri pritisku na 15 uzoraka (kocke ivica 20 cm) prikazani su u priloženoj tablici:

34	36	40	42	44
34	38	40	43	45
35	39	40	44	46

Ukoliko standardna devijacija nije poznata iz ranijih ispitivanja, oceniti (dokazati) koja marka betona (MB) je u pitanju, tj. za koju marku su ispunjeni uslovi:

$$(A) \bar{X}_{35} = 41,5 \text{ MPa}; S_{35} = 5 \text{ MPa}; \quad MB \leq 41,5 - 1,3 \cdot 5 = 41,5 - 6,5 = 35 \text{ MPa},$$

$$MB \leq 34 + 4 = 38 \text{ MPa}; \quad \underline{MB 35}$$

$$(B) \bar{X}_{35} = 40 \text{ MPa}; S_{35} = 4 \text{ MPa}; \quad MB \leq 40 - 1,3 \cdot 4 = 40 - 5,2 = 34,8 \text{ MPa},$$

$$MB \leq 34 + 4 = 38 \text{ MPa}; \quad \underline{MB 30}$$

$$(C) \bar{X}_{35} = 40 \text{ MPa}; k_1 = k_2 = 3 \text{ MPa}; \quad MB \leq 40 - 3 = 37 \text{ MPa};$$

$$MB \leq 34 + 3 = 37 \text{ MPa}; \quad \underline{MB 35}$$

Rešenje:

Standardna devijacija nije poznata, pa računamo procenjenu standardnu devijaciju, na osnovu datih rezultata ispitivanja, a za dokaz marke betona koristimo treći kriterijum:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{15} X_i}{15} = 40 \text{ MPa};$$

$$X_{\min} = 34 \text{ MPa};$$

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15} (X_i - 40)^2}{15-1}} = 4 \text{ MPa};$$

$$\bar{X} \geq MB + 1.3 * S_n \Rightarrow MB \leq \bar{X} - 1.3 * S_n \Rightarrow MB \leq 40 - 1.3 * 4 \Rightarrow MB \leq 34.8 \text{ MPa}(1),$$

$$X_{\min} \geq MB - 4 \Rightarrow MB \leq X_{\min} + 4 \Rightarrow MB \leq 34 + 4 \Rightarrow MB \leq 38 \text{ MPa}(2);$$

Prva MB koja zadovoljava relacije (1) i (2) je MB 30.

Odgovor je B.

Ukupna poroznost betona

Gelska poroznost betona:

$$p_G = 0.022 \alpha_{hm_c}$$

Kapilarna poroznost betona:

$$p_K = 0.1 m_c (\omega - 0.4 \alpha_h)$$

Zaostala poroznost betona:

$$\Delta p = V_s * 100(\%)$$

Gelska i kapilarna poroznost se određuju isključivo računskim putem, a zaostala poroznost računski (iz zapreminske jednačine), ili eksperimentalnim putem (sadržaj vazduha u svežem betonu).

Ako je, pri potpunoj hidrataciji, kapilarna poroznost 1.5 puta veća od gelske, koliki je vodocementni faktor?

Rešenje:

$\alpha_h = 1$ (hidratacija je potpuna)

$$p_K = 1.5 p_G;$$

$$0.1 m_c (\omega - 0.4 \alpha_h) = 1.5 * 0.022 \alpha_h m_c;$$

$$0.1 \omega - 0.04 = 1.5 * 0.022;$$

$$0.1 \omega = 0.04 + 0.033;$$

$$0.1 \omega = 0.073;$$

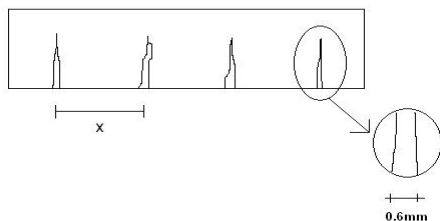
$$\omega = 0.73$$

Skupljanje i tečenje betona

- 184) Na uzorcima izrađenim od jedne vrste betona za izradu armiranobetonskog potpornog zida, negovanim neposredno pored zida, na isti način kao i sam zid, nakon godinu dana registrovana je prosečna veličina skupljanja od 0,40 ‰. Kako je skupljanje navedenog zida, armaturom i podlogom na kojoj leži, sprečeno, to su se kao rezultat skupljanja na njemu pojavile prsline, prosečne širine (debljine) od 0,6 mm. Ako se pretpostavi da je razmak prslina u zidu konstantan i da skupljanje zida celom svojom dužinom odgovara izmerenoj vrednosti na uzorcima, razmak između prslina u zidu iznosiće:

(A) 0,80 m, (B) 3,00 m, (C) 1,60 m, (D) 1,50 m.

Rešenje:



$$d_p = \Delta x = 0.6 \text{ mm};$$

$$\varepsilon_{sk} = 0.4 \text{ ‰} = 0.4 \frac{\text{mm}}{\text{m}};$$

$$\varepsilon_{sk} = \frac{\Delta l}{l} 1000 (\text{‰}) = \frac{\Delta x}{x} 1000;$$

$$\Rightarrow x = \frac{\Delta x}{\varepsilon_{sk}} 1000 = \frac{0.6 \cdot 10^{-3}}{0.4} 1000 = 1.5 \text{ m};$$

Odgovor je D.

- 202) Očitavanja dva ugibomer sata, postavljena na bazama dužine $l_0=200$ mm, jedne betonske prizme dimenzija 20/20/60 cm data su u priloženoj tablici. Kolika je, u datom slučaju, ukupna promena dužine prizme usled skupljanja betona ?

Starost betona - t (dana)		3	4	7	14	28	90	180
Čitanja na instrumentima (mm)	I_1	0,380	0,393	0,406	0,429	0,466	0,505	0,510
	I_2	1,410	1,421	1,432	1,457	1,492	1,533	1,536
Promena dužine prizme (mm)	(A)	0	0,300	0,600	1,200	2,100	3,100	3,200
	(B)	0	0,012	0,024	0,048	0,084	0,124	0,128
	(C)	0	0,100	0,200	0,400	0,700	1,033	1,066
	(D)	0	0,036	0,072	0,144	0,252	0,372	0,384

Rešenje:

Prizma 20*20*60 cm

h=60cm

Dužina merne baze je $l_0=200$ mm

s(t) – čitanja na instrumentima kojima se meri skupljanje nakon t dana od spravljanja uzorka, skupljanje počinjemo da merimo od trećeg dana (to je početno merenje):

$$\varepsilon_{sk} = \frac{\Delta l}{l_0} 1000 (\text{‰}) = \frac{s(t) - s(3)}{200} = \frac{s(t) - s(3)}{0.2} (\text{‰});$$

$$\varepsilon_{sk}(4) = \frac{\Delta l_{sr}(4)}{0.2} = \frac{0.013 + 0.011}{0.2} = 0.06 \text{ ‰} = 0.06 \frac{\text{mm}}{\text{m}};$$

Kada se traži ukupna promena visine prizme, ε_{sk} se množi sa h:

$$\Delta h = \varepsilon_{sk} * h = 0.06 * 0.6 = 0.036 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_{sk}(7) = \dots$$

Odgovor je D.

- 203) Na uzorcima izrađenim od jedne vrste betona ispitivano je skupljanje i tečenje, pri čemu su uzorci za ispitivanje tečenja opterećeni naponom od 13,6 MPa pri starosti od 14 dana, kojoj odgovara skupljanje od 0,45 mm/m i modul elastičnosti betona od 34 GPa. Sa registrovanjem ukupnih deformacija opterećenih uzoraka početo je neposredno posle nanošenja opterećenja. Ako je nakon određenog vremena izmereno ukupno prosečno skupljanje betona od 0,73 mm/m i ukupna prosečna deformacija opterećenih uzoraka po nanošenju opterećenja od 1,32 mm/m, trenutna (elastična) dilatacija - ϵ_e , tečenje - ϵ_t i koeficijent tečenja betona φ_t iznose:

- (A) $\epsilon_e=0,40$ mm/m; $\epsilon_t=0,59$ mm/m; $\varphi_t=1,18$,
 (B) $\epsilon_e=0,40$ mm/m; $\epsilon_t=1,04$ mm/m; $\varphi_t=2,60$,
 (C) $\epsilon_e=0,40$ mm/m; $\epsilon_t=0,14$ mm/m; $\varphi_t=0,35$,
 (D) $\epsilon_e=0,40$ mm/m; $\epsilon_t=0,87$ mm/m; $\varphi_t \approx 2,18$.

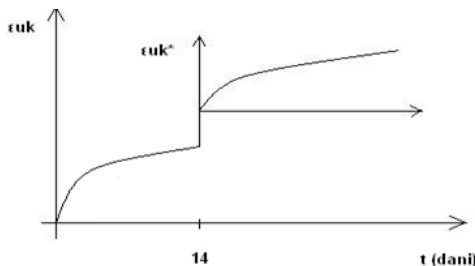
$$\epsilon_{el} = \epsilon_{el}(t_k) = \frac{\sigma_k}{E} = \frac{13,6}{34} = 0,4 \text{ ‰}$$

$$\epsilon_{ec}(t) = \epsilon_{uk} * (t) - \Delta \epsilon_{ek}(t) = \epsilon_{uk} * (t) - (\epsilon_{ek}(t) - \epsilon_{ek}(14)) = 1,32 - (0,73 - 0,45)$$

$$\epsilon_{ec}(t) = 1,04 \frac{\text{mm}}{\text{m}}$$

$$\varphi_{ec} = \frac{\epsilon_{ec}}{\epsilon_{el}} = \frac{1,04}{0,4} = 2,60$$

$t_k=14$ dana
 $\sigma_k=13,6$ MPa
 $\epsilon_{sk}(14)=0,45$ mm/m
 $E=34$ GPa
 $\epsilon_{sk}(t)=0,73$ mm/m
 $\epsilon_{uk}(t)=1,32$ mm/m



Napomena:

Sa merenjem deformacija možemo početi od trenutka spravljanja uzorka ($t=0$ dana)!

Ocena kvaliteta betona u konstrukcijama (in situ)

Ultrazvuk uvek putuje kroz beton po najkraćem mogućem putu.

- 124) Na jednom armiranobetonskom stubu poprečnog preseka 23/23 cm, merenjem brzine ultrazvuka na dva merna mesta (1) i (2) dobijena su očitavanja od 55 μs i 57 μs , respektivno (μs - mikrosekunda). Primenom pahometra, kasnije je utvrđeno da su na putu između predajnika i prijemnika na mernom mestu (1) ležale dve šipke armature, a preciznijim merenjem dimenzije stuba utvrđeno je da je međusobno rastojanje sonde kod oba merenja iznosilo 22,8 cm. Ako se pretpostavi da se očitavanje na mernom mestu (2) odnosi na beton bez armature i ako je brzina ultrazvuka kroz betonski čelik 5600 m/s, brzina ultrazvuka kroz beton - V_b i prečnik šipke armature - d , iznose:

- (A) $V_b = 4800$ m/s; $d = 18$ mm, (B) $V_b = 4600$ m/s; $d = 20$ mm,
 (C) $V_b = 4000$ m/s; $d = 28$ mm, (D) $V_b = 4000$ m/s; $d = 14$ mm.

Određivanje prečnika šipki armature:

Rešenje:

$$t_{1-2} = 57 \mu\text{s}$$

$$t_{3-4} = 55 \mu\text{s}$$

$$V_c = 5600 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$S_{1-2} = S_{3-4} = 22,8 \text{ cm}$$

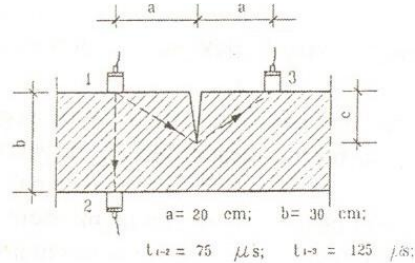
$$V_b = \frac{S_{1-2}}{t_{1-2}} = \frac{22,8 * 10^{-2}}{57 * 10^{-6}} = 4000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_{3-4} = \frac{S_{3-4} - 2d}{V_b} + \frac{2d}{V_c} + 2d \left(\frac{1}{V_c} - \frac{1}{V_b} \right) \Rightarrow$$

$$d = \frac{t_{3-4} - \frac{S_{3-4}}{V_b}}{2 \left(\frac{1}{V_c} - \frac{1}{V_b} \right)} = \frac{55 * 10^{-6} - \frac{22,8 * 10^{-2}}{4 * 10^3}}{2 \left(\frac{1}{5600} - \frac{1}{4000} \right)} = \frac{-2 * 10^{-6}}{-14,286 * 10^{-5}} = 0,014 \text{ m} = 14 \text{ mm}$$

- 126) Ispitivanjem metodom ultrazvuka, vršenom na armiranobetonskom zidu u cilju određivanja dubine prsline (c), prema priloženoj skici, predajnik je bio postavljen u položaj (1), a prijemnik najpre u položaj (2), a zatim u položaj (3). Za vrednosti rastojanja predajnika i prijemnika (a) i (b), odnosno za vrednosti očitavanja na aparaturi (t_{1-2}) i (t_{1-3}), date u okviru skice, dubina prsline (c) iznosi :

- (A) $c = 9 \text{ cm}$,
 (B) $c = 15 \text{ cm}$,
 (C) $c = 21 \text{ cm}$,
 (D) $c = 24 \text{ cm}$.



Određivanje dubine prsline:

Rešenje:

$$t_{1-2} = 75 \mu s$$

$$t_{1-3} = 125 \mu s$$

$$a = 20 \text{ cm}$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

$$v_b = \frac{s_{1-2}}{t_{1-2}} = \frac{b}{t_{1-2}} = \frac{30 \cdot 10^{-2}}{75 \cdot 10^{-6}} = 4000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$s_{1-3} = v_b \cdot t_{1-3}$$

$$2\sqrt{a^2 + c^2} = v_b \cdot t_{1-3} \Rightarrow$$

$$a^2 + c^2 = \frac{v_b^2 \cdot t_{1-3}^2}{4} \Rightarrow$$

$$c = \sqrt{\frac{v_b^2 \cdot t_{1-3}^2}{4} - a^2} = \sqrt{\frac{(4 \cdot 10^3)^2 \cdot (125 \cdot 10^{-6})^2}{4} - 0.2^2} \Rightarrow$$

$$c = \sqrt{\frac{0.25}{4} - 0.04} = \sqrt{0.0225} = 0.15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

- 128) U cilju određivanja debljine zidova (d_1) i (d_2) jednog šupljeg betonskog stuba (prema skici) primenom metode ultrazvuka, najpre je na betonskim uzorcima, uzetim pri betoniranju stuba, određena brzina ultrazvuka : $v = 4000 \text{ m/s}$, a zatim prozvučavanje po sredini poprečnog preseka, duž obe ose preseka. Ako su dobijena očitavanja $t_{1-1'}$ i $t_{3-3'}$, odnosno dimenzije šupljine stuba predstavljene vrednostima datim u okviru skice, debljine zidova stuba (d_1) i (d_2) iznose :

- (A) $d_1 = 12 \text{ cm}$, $d_2 = 15,00 \text{ cm}$,
 (B) $d_1 = 9 \text{ cm}$, $d_2 = 11,25 \text{ cm}$,
 (C) $d_1 = 6 \text{ cm}$, $d_2 = 7,50 \text{ cm}$,
 (D) $d_1 = 18 \text{ cm}$, $d_2 = 22,50 \text{ cm}$.

$$t_{1-1'} = 300 \mu s$$

$$t_{3-3'} = 307.5 \mu s$$

$$a = 60 \text{ cm}$$

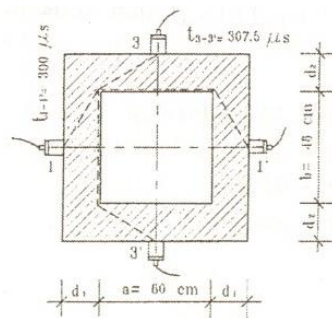
$$b = 48 \text{ cm}$$

$$v_b = 4000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$t_{1-1'} = \frac{2\sqrt{d_1^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} + a}{v_b} \Rightarrow$$

$$d_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(t_{1-1'} \cdot v_b - a)^2 - b^2} \Rightarrow d_1 = \frac{1}{2} \sqrt{(300 \cdot 10^{-6} \cdot 4000 - 0.6)^2 - 0.48^2} \Rightarrow$$

$$d_1 = \frac{1}{2} \cdot 0.36 = 0.18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$



$$t_3 - z = \frac{2\sqrt{d_2^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} + b}{v_b} \Rightarrow$$

$$d_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(t_3 - z \cdot v_b - b)^2 - a^2} \Rightarrow d_2 = \frac{1}{2}\sqrt{(307.5 \cdot 10^{-6} \cdot 4000 - 0.48)^2 - 0.6^2} \Rightarrow$$

$$d_2 = \frac{1}{2} \cdot 0.45 = 0.225 \text{ m} = 22.5 \text{ cm}$$

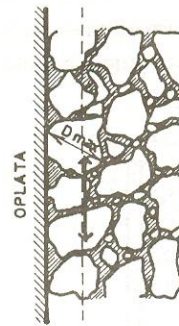
Efekat zida i efekat rešetke

Efekat zida:

Betonski elementi se izrađuju tako što se svež beton sipa u oplate (koje su od drveta, metala ili drugih materijala koji služe kao kalupi za dobijanje željenih geometrijskih oblika). Naš je cilj da ostvarimo što je moguće bolju "upakovanost" zrna agregata, da bismo dobili beton boljih mehaničkih karakteristika. To je, međutim, nemoguće u zonama kontakta između oplate i svežeg betona, jer ovde zrna agregata prilikom kompaktiranja (ugrađivanja) ne mogu slobodno da se kreću u svim pravcima, već samo paralelno sa oplatom. Uz oplatu se slažu većinom najkrupnija zrna agregata, tj. dolazi do segregacije betona, što nepovoljno utiče na mehaničke karakteristike očvrslog betona. To je tzv. **efekat zida**, koji zavisi kako od D_{\max} , tako i od geometrijskih karakteristika oplate - odnosno betonskog elementa.

$$E_z = \frac{D_{\max}}{R}$$

D_{\max} - maksimalno zrno agregata,
R - srednji radijus oplate.



Sl. 6.10. Efekat zida

$$R = \frac{V}{S} = \frac{V_{opt} - V_{ar}}{S_{opt} + S_{ar}}$$

V - zapremina koja se ispunjava betonom,
S - ukupna površina zidova i armature koja je u kontaktu sa betonom.
Optimalni efekti:

$$0.8 \leq E_z \leq 1.0$$

$$E_z \approx 0.9$$

0.9 se usvaja ako se ne traži minimalno ili maksimalno zrno.

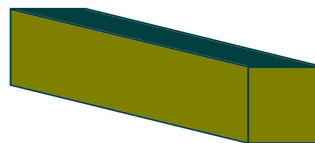
Kalup oblika kocke:

$$R = \frac{a^3}{5a^2} = \frac{a}{5} \Rightarrow D_{\max} = 0.9 \cdot \frac{a}{5} = 0.18a$$



Kalup oblika prizme:

$$R = \frac{a^2 h}{2a^2 + 3ah} \Rightarrow D_{\max} = 0.9 \cdot \frac{a^2 h}{2a^2 + 3ah}$$



Efekat rešetke:

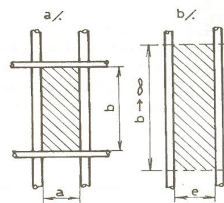
Kod armiranobetonskih konstrukcija je bitno poznavanje veličine maksimalnog zrna agregata, da bi se obezbedilo da svež beton tokom ugrađivanja može da prođe kroz rešetku (mrežu armature) i da armaturu u potpunosti obavije. Ovo se naziva **efekat rešetke**.

$$E_r = \frac{D_{\max}}{\rho}$$

D_{\max} - maksimalno zrno agregata,
 ρ - srednji radijus rešetke.

$$\rho = \frac{a \cdot b}{2(a+b)}$$

$$b \rightarrow +\infty \Rightarrow \rho = \frac{a}{2}$$



Sl. 6.9. Efekat rešetke

a, b - čista rastojanja (horizontalno i vertikalno) između šipki armature koje formiraju jedno okce (vidi sliku).

Optimalni efekti:

$E_r \leq 1.4$ za rečni agregat
 $E_r \leq 1.2$ za drobljeni agregat

30)* Paralelnim ispitivanjima 4 uzorka betona: bez razaranja-metodom sklerometra, a zatim i sa razaranjem-opterećenjem uzoraka do loma, dobijeni su parovi vrednosti *indeksa sklerometra* I_i i čvrstoće pri pritisku f_{pi} prikazani u okviru priložene tablice. Primenom metode najmanjih kvadrata na ova 4 para vrednosti

(I_i ; f_{pi}), pri čemu su vrednosti I_i , umesto u (mm), izražavane u (cm), a f_{pi} u (MPa), dobijena je odgovarajuća linearna funkcija aproksimacije, data pod (A), (B), (C) ili (D).

i	1	2	3	4
I_i (mm)	28,7	31,4	33,5	36,8
f_{pi} (MPa)	22,1	24,5	27,8	31,6

(A) $fp(l)=12,01 \cdot l - 12,65$,

(B) $fp(l)=12,65 \cdot l + 12,01$,

(C) $fp(l)=12,65 \cdot l - 12,01$,

(D) $fp(l)=12,01 \cdot l + 12,65$.

Rešenje:

Tražena zavisnost zapisuje se u linearnom obliku: $fp(l)=a_1 \cdot l + a_2$

Ovde je broj parova vrednosti: $n = 4$

Nepoznati parametri se određuju iz sledećeg sistema jednačina:

$$\begin{aligned} a_1 \cdot \sum_{i=1}^4 I_i^2 + a_2 \cdot \sum_{i=1}^4 I_i &= \sum_{i=1}^4 (I_i \cdot f_{pi}) \\ a_1 \cdot \sum_{i=1}^4 I_i + a_2 \cdot n &= \sum_{i=1}^4 f_{pi} \end{aligned}$$

U konkretnom slučaju je:

$$\sum_{i=1}^4 I_i^2 = 42.8614$$

$$\sum_{i=1}^4 I_i = 13.04$$

$$\sum_{i=1}^4 (I_i \cdot f_{pi}) = 349.775$$

$$\sum_{i=1}^4 f_{pi} = 106$$

$$n = 4$$

Sistem od dve jednačine sa dve nepoznate koji treba rešiti je:

$$a_1 \cdot 42.8614 + a_2 \cdot 13.04 = 349.775$$

$$a_1 \cdot 13.04 + a_2 \cdot 4 = 106$$



$$a_1 = 12.01$$

$$a_2 = -12.65$$